Esame di Controlli Automatici 28 Gennaio 2015

1. (3) Si definisca il concetto di stabilità di un equilibrio, di un moto e di un'orbita, illustrandone le differenze con esempi;

2. (4) È vero che se l'approssimazione lineare di un sistema $\dot{x} = f(x)$ intorno ad un equilibrio è convergente, allora l'equilibrio è stabile per il sistema stesso? Cosa si può dire nel caso in cui invece non sia stabile? Si facciano esempi per illustrare le risposte.

3. (8) Si consideri il sistema

$$\begin{array}{rcl} \dot{x}_1 & = & -\alpha x_1^2 - x_2^3 \\ \dot{x}_2 & = & -\beta x_2^2 + x_2^3 \end{array}$$

   e si studi la stabilità dell'equilibrio nell'origine al variare dei parametri α e β, applicando i teoremi opportuni.

4. Si considerino le equazioni che descrivono la postura (posizione e orientazione) dell'organo terminale di un braccio robotico RRR planare:

$$\begin{array}{rcl} x & = & L_1 \cos(q_1) + L_2 \cos(q_1 + q_2) + L_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3) \\ y & = & L_1 \sin(q_1) + L_2 \sin(q_1 + q_2) + L_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3) \\ \theta & = & q_1 + q_2 + q_3 \end{array}$$

   Si desidera trovare una posizione dei giunti (q_1, q_2, q_3) tale che l'end-effector si porti nella posizione assegnata $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta})$.

   (a) (4) Si scriva un algoritmo iterativo di cinematica inversa sotto forma di sistema dinamico tempo continuo che converge alla soluzione desiderata almeno a partire da valori iniziali sufficientemente vicini alla soluzione;

   (b) (5) Si scriva un algoritmo iterativo in linguaggio Matlab (o altro equivalente) che approssimi il sistema dinamico del punto precedente e converga alla soluzione desiderata. Se ne discuta la velocità di convergenza.

5. (3) Si consideri il sistema $\dot{x} = f(x, u)$, $y = h(x)$, ed un controllore lineare rappresentato dalla f.d.t. $u(s) = C(s)y(s)$ che rende l'origine un equilibrio asintoticamente stabile. Si descriva nel dettaglio un metodo per valutare la regione di asintotica stabilità, scrivendo l'algoritmo in linguaggio Matlab (o equivalente).

6. (3) Dato un sistema lineare tempo continuo $\dot{x} = Ax + Bu$, con

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

   si scriva un sistema lineare tempo discreto $z^+ = A_d z + B_d u$ capace di riprodurre esattamente le soluzioni del primo per tutti gli istanti multipli di un dato periodo T, quando l'ingresso applicato sia costante a tratti sugli intervalli.

7. (3) Dato un sistema LTITC (A, B, C, D), se ne consideri una retroazione della uscita sull'ingresso.

   (a) Può questa reazione spostare gli autovalori del sistema? Se sì, quali? Perché?

   (b) Può questa reazione spostare gli zeri del sistema? Perché?

   (c) Può questa reazione alterare la dimensione della realizzazione minima del sistema? Perché?