Esame di Controlli Automatici - 1 Febbraio 2017

Q1 Si dimostri la stabilità asintotica del sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - \max(0, x_1) \max(0, x_2). \end{cases}$$

Si tracci l'andamento qualitativo delle traiettorie nello spazio di stato.

Q2 Si consideri il sistema in Figura 1. Si supponga che $\forall p \in \mathbb{R}$ le funzioni di trasferimento $G_1(s)$ e $G_2(s)$, in forma minima, abbiano un solo polo $(s+p)$ e nessuno zero in comune. È possibile stabilizzare il sistema con una retroazione statica delle uscite?

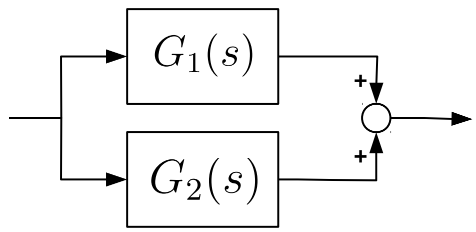

Figura 1: schema a blocchi

Q3 Sia dato il modello di un sistema meccanico

$$B(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) \quad = \quad u$$

in cui $B(q)$ è la matrice di inerzia del sistema, $C(q,\dot{q})$ il termine di forze centrifughe e di Coriolis, e $g(q)$ esprime il contributo alla dinamica derivante da un campo gravitazionale $U(q)$, per cui $g(q) = \frac{\partial U(q)}{\partial q}$.

Q3.1 Si descriva la legge di controllo alla Arimoto o "PD ai giunti con compensazione di gravità".

Q3.2 Si dimostri che tale legge di controllo rende il sistema asintoticamente stabile in una configurazione desiderata $\bar{q}$.

Q4 Dato il sistema LTITC rappresentato, in forma di stato, dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

si chiede di:

Q4.1 Studiare il sottospazio di raggiungibilità e di inosservabilità, determinandone le dimensione e le basi.

Q4.2 Dire se è possibile costruire un osservatore asintotico dello stato. Se possibile costruirlo.

Q4.3 Dire se è possibile costruire una retroazione degli stati che renda il sistema asintoticamente stabile. Se possibile costruirlo.

Q4.4 Determinare la funzione di trasferimento del sistema e fornire una realizzazione minima del sistema in forma canonica di controllo.

Q5 Si consideri un sistema LTITC con matrice dinamica $A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ e matrice di ingresso $B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. Si calcoli il corrispondente sistema campionato con un passo di campionamento $T = 0.1$ s. Si formuli il problema di ottimizzazione da utilizzare per trovare il controllo necessario a portare il sistema da uno stato iniziale x_0 a uno stato finale x_f in p passi, minimizzando la norma del controllo e vincolando il valore massimo e minimo della variabile di controllo u. Si scriva inoltre il codice MATLAB necessario a risolvere il problema in un tempo minimo, vale a dire col minimo numero di passi p, vincolando il controllo tra $u_l = -1$ e $u_h = 1$.

Q6 Dato un sistema nonlineare TC

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= g(x) \end{aligned}$$

si supponga che sia stato progettato un controllore lineare di equazioni

$$\dot{x}_r = A_r x_r + B_r y \quad (1)$$
$$u = C_r x_r + D_r y \quad (2)$$

che stabilizza l'equilibrio nell'origine del sistema non lineare.

Si descriva il concetto di Regione di Asintotica Stabilità. Si ricavi un procedimento per ottenerne una stima numerica, corredando la discussione di un algoritmo MATLAB.