

Esercizio 1

①

1) I parametri che determinano le proprietà elastiche dell'osso sono

a) porosità $E_1 = E_0 (1 - P)^2$ $5 < \alpha < 10$

b) grado di mineralizzazione $E_2 = E_1 A^B$ $1 < B < 5$

c) livello di appiamento $E_3 = E_2 \dot{\epsilon}^{\gamma} / \dot{\epsilon}^3$ $\gamma = 0.06$
 $\dot{\epsilon}$ = shear rate.

2) Per calcolare l'intenseness tra comportamento elastico e plastico eguagliamo la legge di Hooke $\sigma = \epsilon E$ con quello di

Ramberg-Osgood $\epsilon = \frac{\sigma}{E} + 0.0001 \cdot \sigma^n$ dove il

valore tensione si trasforma cioè $\epsilon = \frac{\sigma}{E} \Rightarrow$

$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$ poiché il modulo elastico dell'osso in

direzione z e xy lo conosco posso calcolare tramite questi i
 parametri C e d e determinarmi il ϵ corrispondente.

→ Soluzione esercizio 2

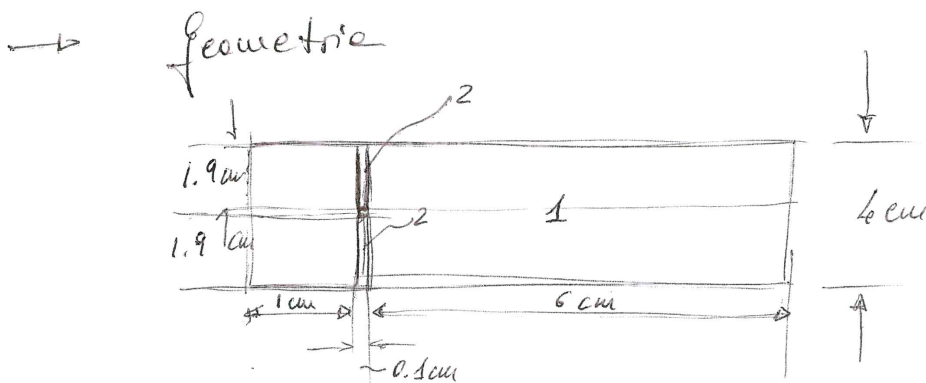
1

→ Il problema può essere risolto con un unico modello ~~statico~~ tempo variante (quindi TRANSIENT ANALYSIS)

→ Vengono imposti i seguenti gruppi di equazioni:

- * fluidodinamica (Navier-Stokes)
- * meccanica strutturale (Plane Strain - per sprezzione vedi dopo)
- * moving mesh (per mettere in relazione le equazioni di Navier-Stokes con quelle della meccanica strutturale)

→ Si sceglie, per semplicità un modello 2D, in cui il sistema "valvole-corta" viene sezionato in direzione longitudinale, mentre il cuore (o meglio il ventricolo sx) viene modellato attraverso i suoi "effetti", ossia ~~la~~ l'incremento di pressione lungo un contorno. Il modello 2D giustifica la scelta Plane Strain



→ nota: la geometria è semplificata rispetto alla realtà (ad esempio non ci sono i seni di valvole)

→ Il dominio 1 corrisponde al dominio "fluida" (sangue)

→ Il dominio 2 corrisponde al dominio "solido" (valvole)

→ Condizioni sul dominio e condizioni iniziali

2

→ Fluidodinamica

	Viscosità	Densità
1	4 mPa·s	1050 kg/m ³
2	non attivo	non attivo

Pressione
e velocità
uguale zero

→ Meccanica

	Modulo Elastico	Modulo Poisson	Spessore	Densità
1	non attivo	non attivo	non attivo	non attivo
2	0.3 MPa	0.45	4 cm	1048 kg/m ³

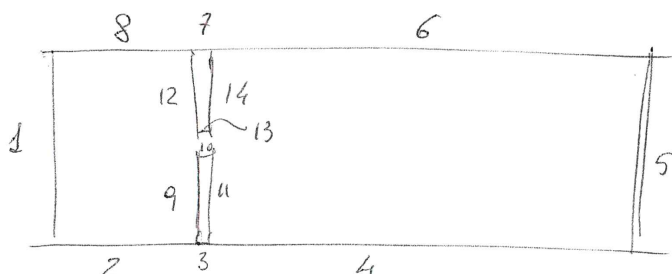
No prestress

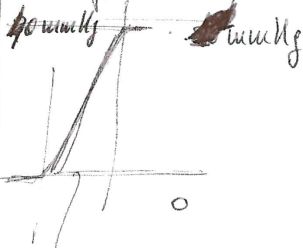
→ Moving Mesh

	Condizioni sulle mesh
1	spostamento libero
2	spostamento vincolato del campo di spostamenti della meccanica strutturale

no prespostamenti

→ Condizioni al contorno



Colonna 2-4-6-8	9-10-11 12-13-14	1	5
no slip	velocità equivalente alla velocità di spostamento delle pareti (dalla meccanica strutturale)	ingresso (rampa di pressione) 	uscita $p=0$

→ nota: le valvole
"dovrebbe" aprirsi con un Δp di 1 mmHg
il Δp che simula il ciclo cardiaco
nel nostro caso è circa 40 mmHg.

→ boundary 3 e 7 non attivi

Meccanica

9-10-11 12-13-14	3-7	1-2-4-5 6-8
Carico dovuto al fluido	Fisso (spostamento nullo)	non attivo

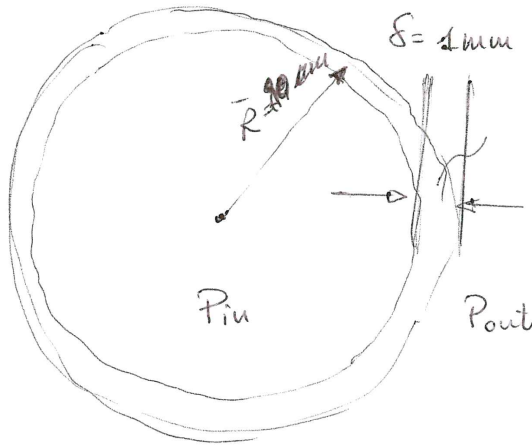
Moving mesh (condizioni sulle mesh)

9-10-11 12-13-14 (3-7)*	3-7 *
spostamento mesh guidato dalla meccanica	Fisso (spostamento nullo)

* i boundary 3-7 non sono boundary sui
quali si può agire
in ogni caso risultano fissi visto lo
spostamento nullo imposto nella meccanica

4
due volte impostate la mesh e fatto
partire il solutore, sarà for possibile
qualificare i risultati agli standard desiderati.

→ Si considera, per ipotesi, un guscio di forme sferica



$$P_{in} = P_{out}$$

$$T_{in} = T_{fuso} = 37^{\circ}\text{C}$$

$$T_{fn} = (37 + 10)^{\circ}\text{C} = 47^{\circ}\text{C}$$

→ ipotesi di guscio sottile

$$\delta \ll R_{in}$$

$$R_{in} \approx R_{out} = \bar{R}$$

→ Volume iniziale = $\frac{4}{3} \pi \bar{R}^3 = 3053.6 \text{ mm}^3$

→ ~~Volume~~ Volume finale = $V_{in} (1 + \beta \Delta T) = 3053.6 (1 + 1.2 \cdot 10^{-2} \cdot 10)$
 $= 3420.0 \text{ mm}^3$

→ $R_{finale} = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} V_{fn}} = 9.3 \text{ mm}$

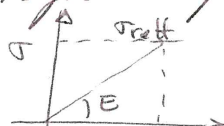
→ $\Delta R = 0.3 \text{ mm}$

→ la deformazione in direzione circonferenziale risulta essere

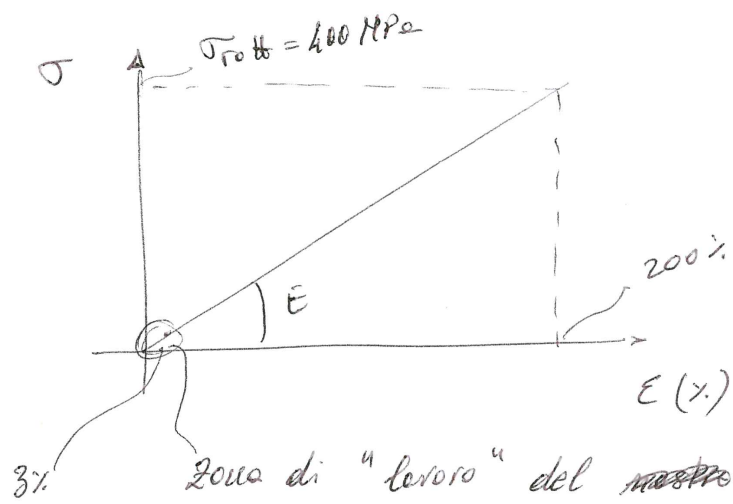
$$\epsilon_{\theta} = \frac{0.3}{9} = 0.03 \rightarrow 3\%$$

→ Note: lo sforzo, data la geometria del problema si sviluppa in direzione circonferenziale.
 Inoltre, dato che, per dato di fatto del problema, il modulo di poisson è 0, non si hanno variazioni nello spessore del guscio.

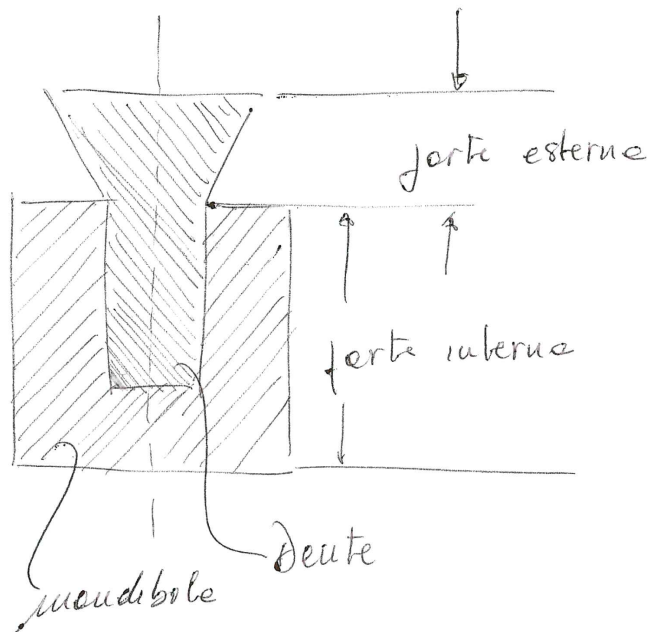
→ Dato il grafico sforzo deformazione del materiale



continua →

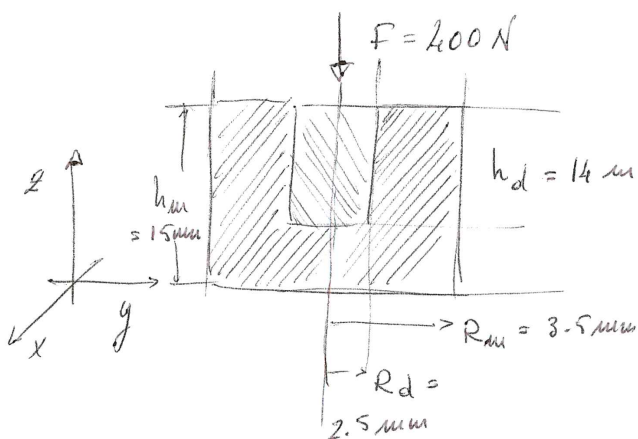


→ Le protesi non andrà incontro a scoppio



nota: "il sistema"
è costituito anche
da altre strutture
(come il legamento
pericardiale) che
qui viene trascurato

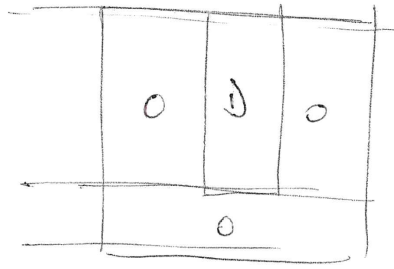
→ Nell'esercizio è di interesse solo la parte interna



→ Non si prendono in considerazione
eventuali carichi trasversali
(neanche quelli generati da
possibili variazioni dimensionali
dovuti al modulo di Poisson)

Appross ad un cilindro

nota: le dimensioni della mandibole sono state prese
per comodità. Ma millimetro in più (o in meno)
non è importante ai fini della valutazione dell'esercizio

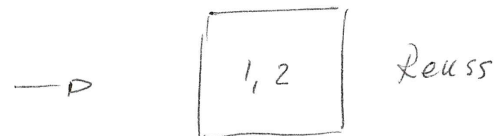
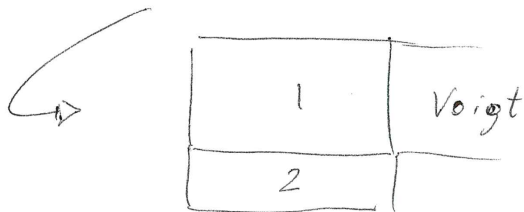


O = osso compatto

$$E_o = 17 \text{ GPa}$$

D = Dentina (dato esercizio)

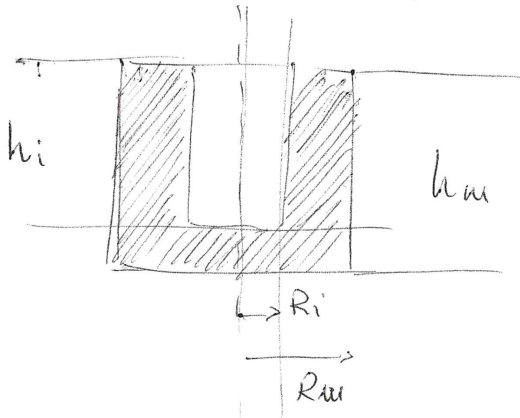
$$E_D = 30 \text{ GPa}$$



$$E_{\text{Voigt}} = E_o f_o + E_D f_D$$

$$E_{\text{Reuss}} = E_{\text{sero}} = \frac{E_o E_D}{E_o f_D + E_D f_o}$$

→ Scegli un impanto non flettato



R_i = raggio impanto

h_i = altezza impanto

$$R_i \geq R_d$$

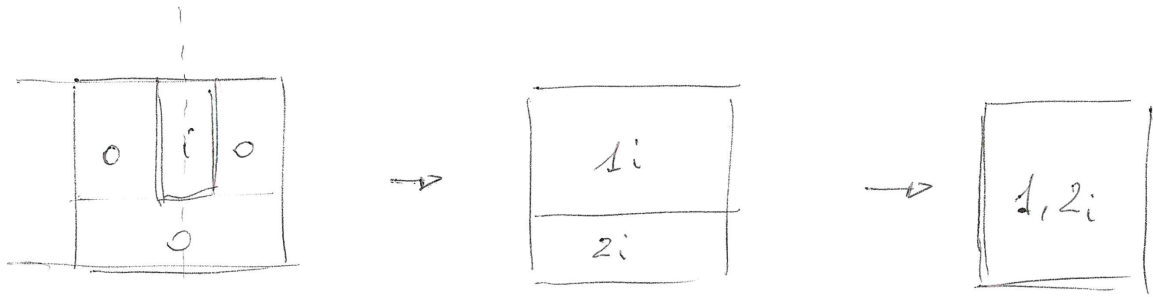
$$h_i \geq h_d$$

nel caso in cui $R_i < R_d$ e/o $h_i < h_d$

lo spazio lasciato "vuoto" dovrà essere riempito

con materiale di riempimento (idrossiapatite, osso da donatore)

Per ipotesi, in questo esercizio si suppone che questo eventuale riempimento diventi subito osso.

Voigt_iReuss_i

o = osso compatto

i = impredo

 $E_i = E_{t, osso} = 110 \text{ GPa}$

$$E_{\text{Voigt}_i} = E_o f_o + E_i f_i$$

$$E_{\text{Reuss}_i} = E_{\text{sistema impredo}} =$$

$$= \frac{E_o E_{\text{Voigt}_i}}{E_o f_{\text{Voigt}_i} + E_{\text{Voigt}_i} f_o}$$

→ Le dimensioni dell'impredo si ottengono imponendo un comportamento meccanico analogo tra sistema pre- e post-impredo

$$E_{\text{pre}} = E_{\text{sistema impredo}}$$

→ Tenendo presente la relazione

$$\sigma = E \epsilon$$

e che, per ipotesi, le forze si distribuiscono sulle medesime aree (πR_m^2), la condizione da soddisfare è l'equivalenza fra i due moduli

$$E_{\text{pre}} = E_{\text{sistema impredo}}$$

→ Poiché i due moduli elastici dipendono dalle frazioni volumetriche, avremo una prima equazione

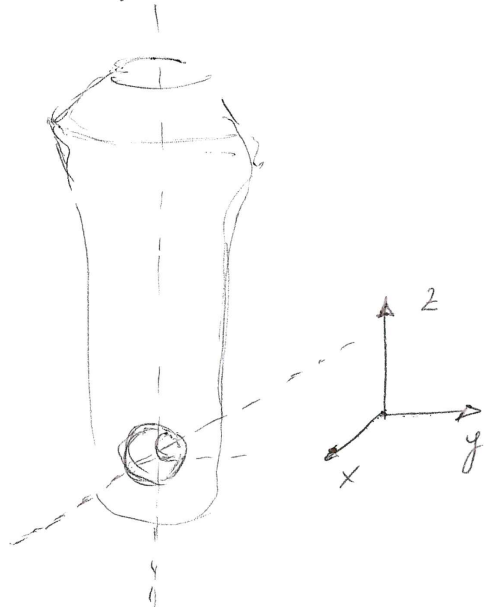
Esistono inoltre alcuni vincoli

10

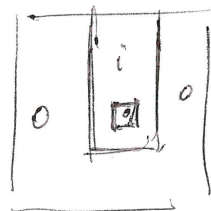
$R_i < R_m$, ed inoltre la somma delle frazioni
volumetriche deve ~~per~~ essere uguale a 1
 $h_i < h_m$

→ I parametri da stimare sono 2 (R_i, h_i), ma le eq. sono
non lineari.
⇒ Esiste in teoria una "famiglia" di soluzioni

Mel caso in cui fosse presente un foro nell'impianto
la cui funzione è quella di permettere la crescita
dell'osso al suo interno, e non solo varrebbero le
dimensioni geometriche "esterne", ma è importante
è l'intera schematizzazione poiché il sistema
non è più assai simmetrico (è simmetrico rispetto ad
a due piani)



→ Nel caso y z
la schematizzazione
diventa



approssimando la geometria
cilindrica ad una geometria
a sezione rettangolare a partire da
ora il procedimento è analogo al precedente